**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей и математическая статистика

Probability Theory and Mathematical Statistics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 8

Регистрационный номер рабочей программы: 002188

Санкт-Петербург

2020 год

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является одной из базовых дисциплин, формирующих подготовку специалиста по направлению «Технология программирования». Специалист в этой области информатики должен хорошо ориентироваться в основных разделах теории вероятностей и математической статистики, что включает: понятие случайного события и его вероятности, аксиоматику Колмогорова, схему Бернулли, понятие случайной величины и ее функции распределения, свойства моментных характеристик случайных величин, определение и основные свойства характеристических функций, законы больших чисел и центральную предельную теорему, понятие выборки и выборочных характеристик, точечное и интервальное оценивание неизвестных параметров, основные принципы проверки статистических гипотез, определение случайного процесса, понятие о процессах с независимыми приращениями и стационарных процессах, определения и основные свойства винеровского и пуассоновского процессов, цепи Маркова, понятие о простейших ветвящихся процессах.

Цель изучения дисциплины: обучить основам теории вероятностей, развить у них навыки построения теоретико-вероятностных моделей, познакомить с простейшими понятиями теории случайных процессов и классическими методами математической статистики.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Обучающиеся должны владеть основами математического анализа, высшей алгебры, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающиеся должны:

* хорошо ориентироваться в основных разделах теории вероятностей и математической статистики и иметь хорошее представление о возможностях ее применения в прикладных областях науки;
* уметь строить различные теоретико-вероятностные модели, пользоваться при их исследовании включенными в курс формулами вычисления вероятностей;
* уметь вычислять приводимые в курсе характеристики случайных величин и векторов, уметь интерпретировать полученные результаты, знать факторы, приводящие к появлению важнейших вероятностных распределений, знать и уметь использовать свойства этих распределений и их взаимосвязь;
* иметь представление о методах математической статистики, используемых для   
  проверки статистических гипотез и оценивания неизвестных параметров.

Дисциплина способствует формированию следующих компетенций:

* ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;
* ПКА-1 – способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия в объеме 2 часов в неделю (лекции) в течение двух семестров, практические занятия по решению задач по 2 часа в неделю в первом и по 1 часу в неделю во втором семестре, выполнение контрольных работ (по 4 в каждом семестре), комплексное тестирование (зачет) в конце 5-го семестра и 6-го семестров, экзамен в конце 6-го семестра.

Самостоятельная работа: выполнение домашних заданий, индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке и в открытом доступе в сети Интернет.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 32 |  |  | 26 |  | 4 |  |  | 2 |  |  |  | 56 |  | 24 |  | 30 | 4 |
|  | 2-100 |  |  | 2-30 |  | 2-30 |  |  | 1-30 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 | 10 |  | 4 |  |  | 4 |  |  |  | 45 |  | 49 |  | 20 | 4 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 2-30 |  | 2-30 |  |  | 1-30 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 62 |  | 2 | 36 |  | 8 |  |  | 6 |  |  |  | 101 |  | 73 |  | 50 | 8 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Темы для изучения и обсуждения

1. Пространство исходов, события, операции над событиями.
2. Аксиоматика А.Н. Колмогорова; свойства вероятностей.
3. Условные вероятности, формула полной вероятности, независимость событий.
4. Схема Бернулли, предельные теоремы для схемы Бернулли.
5. Случайные величины и векторы, функции распределения случайных величин и векторов.
6. Дискретные и непрерывные распределения.
7. Независимые случайные величины.
8. Формулы свертки для распределений сумм независимых случайных величин.
9. Математическое ожидание случайной величины и его свойства, дисперсия и ее свойства.
10. Моменты случайных величин и их свойства, неравенства для моментов.
11. Ковариация и коэффициент корреляции.
12. Дискретные цепи Маркова: определение, примеры, простейшие эргодические теоремы.
13. Характеристическая функция и ее свойства, формулы обращения.
14. Виды сходимости случайных величин: по вероятности, с вероятностью единица, по распределению, в среднем порядка r.
15. Центральная предельная теорема.
16. Законы больших чисел.
17. Определение случайного процесса.
18. Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы.
19. Винеровский процесс и его свойства.
20. Пуассоновский процесс.
21. Процессы гибели и размножения.
22. Дискретные ветвящиеся процессы.
23. Структура и классификация систем массового обслуживания.
24. Случайная выборка. Выборочные характеристики. Вариационный ряд. Точечное оценивание неизвестных параметров распределений. Несмещенность, состоятельность оценок.
25. Оценивание по методу моментов и методу максимального правдоподобия.
26. Эффективные оценки. Достаточные статистики.
27. Интервальное оценивание: понятие доверительного интервала, построение
28. доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
29. Основные понятия, связанные с проверкой статистических гипотез.
30. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу теории вероятностей предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран. Все обучающиеся должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Дополнительного оборудования и дополнительных материалов для учебной работы по курсу не требуется.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий обучающемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу. Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

**Формы контроля:** в конце 5 семестра – зачет, в конце 6 семестра – зачет и экзамен (беседа по пройденным темам, решение задачи). Предусмотрены 8 контрольных работ по курсу в качестве текущего контроля.

**Итоговый контроль:** в 5 семестре обучающийся получает зачет по результатам выполнения всех предусмотренных рабочей программой письменных контрольных работ с учетом посещаемости практических занятий.

До назначенной даты зачёта обучающийся должен выполнить все предусмотренные рабочей программой контрольные работы. В случае полного или частичного невыполнения обучающимся контрольных работ 5 семестра задачи по невыполненным темам для этого обучающегося выносятся на зачёт. В этом случае зачет проводится в виде письменной работы.

В 6 семестре обучающийся обязан выполнить предусмотренные рабочей программой письменные контрольные работы. До назначенной даты зачёта обучающийся должен выполнить все предусмотренные рабочей программой контрольные работы. В случае полного или частичного невыполнения обучающимся контрольных работ 6 семестра, задачи по невыполненным темам для этого обучающегося выносятся на зачёт. В этом случае зачет проводится в виде письменной работы.

***Критерии оценки на зачете в системе ECTS***

Оценка «A» ставится в тех случаях, когда все задачи были сданы до даты зачета. Оценка «B» ставится, если к дате зачета имелись несданные задачи и они были сданы в день проведения зачета с первой попытки, оценка «C» ставится в случае сдачи задач в день зачета со второй попытки, оценка «D» ставится в случае, если задачи сданы, но полное решение отсутствует в одной задаче, оценка «E» ставится в случае сдачи задач, если полное решение отсутствует в двух задачах. В остальных случаях ставится оценка «F».

Экзамен проводится в устной форме путем выборочного опроса по программе годового курса.

***Методика проведения экзамена***

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет не менее одного академического часа. В ходе экзамена преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена. Для оценки «отлично» обучающийся должен также решить теоретическую задачу по материалу лекций.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и обучающийся удаляется с экзамена.

Оценка «отлично» ставится за правильные ответы на вопросы билета, дополнительные вопросы преподавателя и успешно решённую задачу. Оценка «хорошо» ставится за изложение вопросов билета (возможно, с помощью наводящих подсказок преподавателя) и правильные ответы на дополнительные вопросы (возможно, с небольшими неточностями). Оценка «удовлетворительно» ставится за изложение основных фактов по вопросам билета и знание ответов на основные вопросы по каждой теме. Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

***Критерии оценки на экзамене в системе ECTS***

Оценка «A» ставится в тех же случаях, что и оценка «отлично». Оценка «B» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено не более двух неточностей. Оценка «C» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено более двух неточностей. Оценка «D» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено не более одной грубой ошибки. Оценка «E» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено более одной грубой ошибки. Оценка «F» ставится в тех же случаях, что и оценка «неудовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Аппарат контроля за усвоением учебного материалавключает в себя различные тесты, задания и контрольные работы. Преподаватели имеют соответствующий набор заданий и тестов для контроля успеваемости.

*Примерный перечень вопросов к экзамену:*

1. Пространство исходов, события, операции над событиями.
2. Аксиоматика А.Н. Колмогорова; свойства вероятностей.
3. Условные вероятности, формула полной вероятности, независимость событий.
4. Схема Бернулли, предельные теоремы для схемы Бернулли.
5. Случайные величины и векторы, функции распределения случайных величин и векторов.
6. Дискретные и непрерывные распределения.
7. Независимые случайные величины.
8. Формулы свертки для распределений сумм независимых случайных величин.
9. Математическое ожидание случайной величины и его свойства, дисперсия и ее свойства.
10. Моменты случайных величин и их свойства, неравенства для моментов.
11. Ковариация и коэффициент корреляции.
12. Дискретные цепи Маркова: определение, примеры, простейшие эргодические теоремы.
13. Характеристическая функция и ее свойства, формулы обращения.
14. Виды сходимости случайных величин: по вероятности, с вероятностью единица, по распределению, в среднем порядка r.
15. Центральная предельная теорема.
16. Законы больших чисел.
17. Определение случайного процесса.
18. Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы.
19. Винеровский процесс и его свойства.
20. Пуассоновский процесс.
21. Процессы гибели и размножения.
22. Дискретные ветвящиеся процессы.
23. Структура и классификация систем массового обслуживания.
24. Случайная выборка. Выборочные характеристики. Вариационный ряд. Точечное оценивание неизвестных параметров распределений. Несмещенность, состоятельность оценок.
25. Оценивание по методу моментов и методу максимального правдоподобия.
26. Эффективные оценки. Достаточные статистики.
27. Интервальное оценивание: понятие доверительного интервала, построение
28. доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
29. Основные понятия, связанные с проверкой статистических гипотез.
30. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

***Примеры задач, предлагаемых на контрольных работах.***

***Контрольная работа № 1.***

*1. Из множества чисел {1, 2, …, N} последовательно без возвращений выбирают 3 числа: n1, n2 и n3. Найдите вероятность того, что третье число окажется между первыми двумя, если второе оказалось больше первого.*

*2. Пять граней кубика покрасили в белый цвет, а одну в черный. Кубик подбросили 8 раз. Найдите вероятность появления хотя бы одного раза черной грани, если известно, что белая грань появилась не менее двух раз.*

*3. При каком числе подбрасываний правильной монеты вероятность того, что частота появления герба отклоняется от 0.5 не более чем на 0.05, больше 0.95?*

***Контрольная работа № 2.***

*1. Совместное распределение случайных величин и задано таблицей:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | *-1* | *0* | *1* |
| *0* | | *0.05* | *10x* | *0.25* |
| *1* | | *0.15* | *0.05* | *5x* |
| *3* | | *2x* | *5x* | *4x* |

*Найдите распределение случайной величины (а) (б) (в)*

*(г)коэфициент корреляции*

*2. Случайные величины независимые и имеют геометрический закон распределения с параметрами и соответственно. Найдите (а) распределение случайной величины и (б) вычислите если и*

*3. Пусть – независимые случайные величины, Известно, что Найдите*

***Контрольная работа № 3.***

*1. Плотность распределения случайной величины с абсолютно непрерывным законом распределения имеет вид:*

*Найдите (а) постоянную (б) (в) функцию распределения случайной величины*

*2. Случайные величины и независимые со следующим одинаковым законом распределения:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Значения величин:* | *- 1* | *1* |
| *Вероятности:* |  |  |

*Пусть и Найдите*

*3.* *Характеристическая функция случайной величины имеет вид: Найдите и*

***Контрольная работа № 4.***

*1. Найдите распределение случайной величины если ее характеристическая функция равна*

*2. Может ли случайная величина иметь нормальный закон распределения, если и являются независимыми случайными величинами и*

*3. -последовательность независимых случайных величин, Выполняется ли для этой последовательности случайных величин ЗБЧ?*

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губки, маркеры).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не требуется.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не требуется.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. – 4-е изд.- М.: Едиториал УРСС, 2003

2. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб: Лань, 1998

3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – 6-е изд.- М.: Наука, 1988.

4. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей- 3-е изд. – М.: Фазис, 1998.

5. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. - М.: Наука, 1986.

6. Ширяев А. Н. Вероятность. – 3-e изд. в двух томах. М.: Наука, 2004.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Боровков А.А. Математическая статистика. - М.: Наука, 1984

2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – т. 1 и 2 – М.: Мир, 1984

3. Розанов Ю. А. Случайные процессы, краткий курс. – М.: Наука, 1971

4. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. – М.: Мир, 1990

5. Лукач Е. Характеристические функции. – М.: Наука, 1979

6. Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. – М.: Наука, 1987

7. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Наука,1985

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. <http://www.math.spbu.ru/Teorver>

**Раздел 4. Разработчики программы**

Невзоров В.Б., д.ф-м.н., проф., профессор, +7 (812) 4284212, probabil@pisem.net.